# דוגמה

יהי מה"ב, יהי מאורע. נגדיר ע"י . מתקיים:

# הגדרה

יהי מה"ב. משתנה מקרי יקרא משתנה מקרי מציין.

# הגדרה

יהיו מה"ב, משתנים מקריים ממשיים, . נגדיר: ע"י: לכל :

# טענה

יהי מה"ב. יהיו ממ"מ אזי .

## הוכחה

# דוגמה

שיעור קודם ראינו ש

נחשב את התוחלת בצורה אחרת:

# טענה

יהי מה"ב. יהיו ממ"מ אזי

# טענה

יהי מה"ב. יהיו ממ"מ אזי

## הוכחה

נתבונן ב ממ"מ, מתקיים .

# דוגמה

אדם בישראל נמצא בעבודה 40 שעות בחודש בממוצע, 3 שעות בחודש בממוצע הוא מתבטל. מצעו שעות העבודה נטו שהוא עובד בממוצע.

*, , , .*

# משפט

יהי מה"ב ויהיו ממ"מ, אזי

## הוכחה

1. לפי 2, נותר להוכיח ש:

# דוגמה

עבור הקבוצה מצאו את המס' הממוצע של נקודות שבת של תמורה(כלומר מקומו של מספר נשמר).

מה"א(מרחב הסתברות אחידה),

נגדיר ע"י כלומר

לכל נגדיר ע"י לכל : .  
נשים ♥ ש =>

# דוגמה

מטבע נופל 10 פעמים. מה ההסתברות שבהינתן שהפעם הראשונה שיצא עץ היתה ההטלה השניה, הפעם החמישית שיצא עץ היתה ההטלה האחרונה?

## פתרון

נגדיר: A = פעם הראשונה שיצא עץ היתה ההטלה השניה  
 B = הפעם החמישית שיצא עץ היתה ההטלה האחרונה.

צ"ל

# שאלה 2

יעקב מטיל 2 מטבעות, 1 בשווי חצי שקל והשני בשווי 10 אגורות. מיקי לוקחת לעצמה כל מטבע שנופל על עץ – כלומר מקבלת את שוויו. אם אף מטבע לא נפל על עץ יעקב מקבל שקל לכיסו. סמנו בf את המשתנה המקרי המקבל את הרווח של יעקב מכל משחק ובg את המשתנה המקרי המקבל את הרווח של מיקי בכל משחק וחשבו ולמי משתלם המשחק יותר.

## פתרון

# שאלה

בוחרים באופן מקרי מס' אחד מתוך . נסמן בA את המאורע: "המספר שנבחר מתחלק ב3" ובB "המס' שנבחר מתחלק ב7". האם A וB מאורעות בלתי תלויים?

## תשובה

A וB תלויים.

מספר פיבונאצ'י: עבור , . נטיל מטבע הוגן n פעמים. הוכח שההסתברות לכך שלא יהיו 2 הטלות עץ רצופות היא

## תשובה

. למעשה צריך להוכיח שמס' המחרוזות באורך n כך שאין בהן 2 הטלות עץ רציפות הוא .

## הוכחה

נסמן ב את מס' המחרוזות באורך n כך שאין בהן 2 הטלות עץ רציפות. , , .  
נניח נכונות הטענה עבור נוכיח עבור n. נתבונן בערך המתקבל בהטלה הnית:

1. פ ואז ניתן לשים כל מחרוזת כשרה באורך n-1 וכאלה יש
2. עפ ואז ניתן לשים כל מחרוזת כשרה באורך n-2 וכאלה יש

לכן .

קיבלנו שמספר המחרוזות הכשרות באורך n הוא ולכן

בגינה פרחים אדומים וצהובים(בלבד). 75% מהפרחים הם אדומים השאר צהובים. ל10% מהאדומים יש ריח ול80% מהצהובים יש ריח.

ביקשו ממני לעצום עינים ונתנו לי פרח. היה לו ריח. מה ההסתברות שהוא אדום?

## תשובה

נגדיר: A אדומים, B בעלי ריח

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | 0.075 |  | 0.75 |
|  | 0.2 |  | 0.25 |
|  |  |  | 1 |

מתקיים . נשלים את הטבלה:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  | 0.075 | 0.675 | 0.75 |
|  | 0.2 | 0.05 | 0.25 |
|  | 0.275 | 0.725 | 1 |

לכן ההסתברות שהפרח בעל הריח אדום היא

## דרך אחרת לפתרון

נבנה תרשים:

מטילים מטבע הוגן n פעמים. נסמן בF את המאורע "התקבל פלי בפעם הראשונה" ובE את המאורע "התקבל פלי בפעם האחרונה". הוכך שהמאורעות בלתי תלויים.

## פתרון

קצב גידול של פונקציות

מה יותר מהיר – מיון בועות או מיון מיזוג?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | מספר פעולות דרושות | סוג מחשב | מס' פעולות לשנייה | זמן ריצה בשניות |
| מיזוג |  | אישי | מליון | 1000 |
| בועות |  | על | 100 מליון | 20,000 |

# הגדרה – "g קטנה או שווה אסימפטוטית לf"

תהיינה , נאמר שg היא O גדול של f, נסמן , אם קיימים ממשי ו כך שלכל מתקיים :

## הערה

סימון יותר נכון יהיה , אבל הסימון המקובל הוא .

# דוגמאות

1. , מתקיים כלומר   
   הסבר: נבחר . מתקיים לכל :   
    נבחר . מתקיים לכל 1: .
2. , מתקיים   
   :   
   מתקיים גם :  
   : => ולכן לכל מתקיים .
3. האם ?  
   נניח בשלילה שקיימים כך שלכל מתקיים => כלומר , אבל זו סתירה כי c קבוע וn גדול כרצוננו.

# הגדרה "g גדולה או שווה אסימפטוטית לf"

תהיינה , נאמר שg היא של f, נסמן , אם קיימים ממשי ו כך שלכל מתקיים .

# דוגמאות

1. ,   
   נבחר ואז לכן   
   נבחר ואז כלומר ומתקיים
2. , אבל האם ? לא!  
   הוכחה:  
   נניח בשלילה שקיימים כך שלכל , סתירה!
3. , , אבל ? לא!

# הגדרה – "g שווה אסימפטוטית לf"

תהיינה , נאמר שg היא תטא של f ונסמן אם קיימים קבועים ממשיים ו כך שלכל מתקיים .

# דוגמה

, מתקיים שכן

מתקיים גם שכן